

線形代数及び演習 II 演習プリント No.12 (2020.1.6)

1. 以下の問いに答えなさい.

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ に対して A^n を計算しなさい. ただし, n は任意の正の整数である.

(2) (1) の結果を使って次の漸化式を解きなさい.

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} + 3y_{n-1} \\ y_n = 4x_{n-1} + 2y_{n-1} \end{cases} \quad (n \geq 1), \quad x_0 = 2, \quad y_0 = 1$$

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ を適当な直交行列を用いて上三角化しなさい.

3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ の固有値は全て実であることを確かめ, 適当な直交行列を用いて上三角化しなさい.

4. xy 平面において x, y に関する実係数の 2 次方程式

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2gx + 2hy + d = 0$$

が表す曲線を 2 次曲線という. 次の 2 次曲線の概形を描きなさい.

$$5x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 6 = 0$$