

線形代数及び演習 II 演習プリント No.8 (2019.11.25)

1. 平面ベクトルの線形変換 F について次の問いに答えなさい。

(1) $F(\mathbf{e}_1) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, F(\mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ を満たすとき, F を表す行列 A を求め, F による $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ の像を求めなさい.

(2) $F(2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}, F(\mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ を満たすとき, F を表す行列 B を求めなさい.

2. 次の線形変換を表す行列を書きなさい.

- (1) 原点を中心に平面上の任意の点を角度 $\frac{\pi}{4}$ 回転する移動.
- (2) 平面上の任意の点を x 軸に関して対称移動.
- (3) 平面上の任意の点を y 軸に関して対称移動.
- (4) 平面上の任意の点を原点に関して対称移動.

3. 次の行列はどのような線形変換を表しているか説明しなさい.

(1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

4. 平面上で直線 $y = \sqrt{3}x$ に関する対称移動を表す行列を求めなさい. (ヒント: $\sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3}$ を使って考えてみよ.)

5. 次の線形変換を表す行列を求めなさい.

- (1) 平面上の任意の点を, その点から x 軸に引いた垂線の足に写像する.
- (2) 平面上の任意の点を, その点から直線 $y = mx$ ($m \neq 0$) に引いた垂線の足に写像する.

6. \mathbb{R}^n において点 \mathbf{x}_0 を通り方向ベクトル \mathbf{a} をもつ直線をパラメータ表示しなさい. これを用いて任意の線形変換は直線を直線に移すことを示しなさい.