

数理モデル基礎及び演習 I 演習課題 No.1 (2020.4.9)

1. 次の積分を求めなさい (積分公式のチェック).

(1)  $\int \frac{1}{x^\alpha} dx$  ( $\alpha \neq -1$ )      (2)  $\int e^{\alpha x} dx$  ( $\alpha \neq 0$ )      (3)  $\int a^x dx$  ( $a > 0, a \neq 1$ )

(4)  $\int \sin(ax + b) dx$  ( $a \neq 0$ )    (5)  $\int \cos(ax + b) dx$  ( $a \neq 0$ )    (6)  $\int \tan x dx$

(7)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$       (8)  $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$  ( $a \neq 0$ )      (9)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + A}} dx$

(10)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx$  ( $a \neq 0$ )    (11)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$  ( $a \neq 0$ )    (12)  $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$  ( $a \neq 0$ )

2. 関数  $f(x)$  の  $x = a$  における微分係数  $f'(a)$  の定義を述べなさい.

3. 次の合成関数を  $x$  で微分しなさい. ただし,  $f(x)$  は微分できるとする.

(1)  $y = f(x^3 + 2)$     (2)  $y = \cos(f(x))$     (3)  $y = \log(f(x))$     (4)  $y = f(\log(x + 1))$

4.  $y^{(n)}$  を  $y = y(x)$  の  $n$  階微分とする. 常微分方程式  $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$  を満たす関数  $y = f(x)$  をこの常微分方程式の解とよぶ. この常微分方程式の一般解と特殊解 (特解) とは何か説明しなさい. (テキスト p.25 参照せよ)

5. 曲線群  $xy = C$  が満たす  $y$  についての 1 階の微分方程式を求めなさい.

6. 次の定曲線群が満たす最も階数が低い  $y$  についての微分方程式を求めなさい. ただし,  $C, C_1, C_2$  は全て定数である.

(1)  $x^2 + y^2 = C^2$     (2)  $y = C(x - 1)$     (3)  $y = C_1 x^2 + C_2 x$

7. 法線が全て原点を通る曲線群が満たす微分方程式を求めなさい.

8. 以下のことを確かめなさい.

(1)  $y = x^2 + x$  は微分方程式  $xy' = 2y - x$  の解である.

(2)  $y = (x + C)^2$  は微分方程式  $(y')^2 = 4y$  の一般解である. また  $y = 0$  は解であるが特殊解でない.