数理モデル基礎及び演習I 演習課題 No.1 解答 (04.09)

1. 2. 略.

3. (1) $y' = f'(x^3+2)\cdot 3x^2 = 3x^2 f'(x^3+2)$ (2) $y' = -f'(x)\sin(f(x))$

(3) $y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$ (4) $y' = f'(\log(x+1))(\log(x+1))' = \dfrac{1}{x+1}f'(\log(x+1))$

4. 略

5: $y=y(x)$ として $xy=C$ の両辺を x で微分すると

$y + xy' = 0$ よって $xy'+y=0$ (または $y' = -\dfrac{y}{x}$)

6. (1) 両辺を x で微分すると $2x+2yy'=0$ $\therefore yy'+x=0$

(2) $y=C(x-1)$ を x で微分すると $y'=C$ よって $y=y'(x-1)$ $\therefore (x-1)y'-y=0$

(3) $y=C_1x^2+C_2x$ と $y'=2C_1x+C_2$ より $y=C_1x^2+(y'-2C_1x)x = -C_1x^2+xy'$

x で微分すると $y'=-2C_1x+y'+xy''$ より $xy''=-2C_1x$ $-C_1x^2 = \frac{1}{2}x^2y''$

よって $y = -\frac{1}{2}x^2y''+xy'$ $\therefore \frac{x^2}{2}y''-xy'+y=0$ $(x^2y''-2xy'+2y=0)$

7. $y=f(x)$ が満たす関係式を導く. 任意の点 x_0 における法線の方程式は

$y-f(x_0)=\dfrac{-1}{f'(x_0)}(x-x_0)$ 原点を通る条件より $-f(x_0)=\dfrac{x_0}{f'(x_0)}$

よって $f(x_0)f'(x_0)=-x_0$ が任意の x_0 で成り立つ x_0 は任意なので

$f(x)$ が満たす式は $f(x)f'(x)=-x$ よって $y=f(x)$ が満たす

方程式は $yy'=-x$ または $yy'+x=0$

8. (1) $y=x^2+x$, $y'=2x+1$ (左辺) $= xy' = 2x^2+x$ (右辺) $=2y-x=2x^2+2x-x$
$=2x^2+x$

よって $xy'=2y-x$ を満たす解

(2) $y=(x+C)^2$ $y'=2(x+C)$ (左辺) $=(y')^2=4(x+C)^2=4y=$ (右辺)

よって $y=(x+C)^2$ は一般解

$y=0$ (恒等的に0) は方程式を満たしているので解であるが

一般解の C をどのようにとっても恒等的に0にすることはでき

ないので $y=0$ は特殊解ではない (特異解とよばれる).